

مسأله ۱ - (شهریور ماه ۱۴۰۴) - غلظت یک داروی شیمیایی در خون، t ساعت پس از تزریق در ماهیچه از رابطه‌ی $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$ به دست می‌آید. چند ساعت پس از تزریق این دارو، غلظت آن در خون، بیشترین مقدار ممکن خواهد بود؟ (رسم جدول تغییرات الزامی است).

حل:

$$C'(t) = \frac{3(t^3 + 27) - 3t^2(3t)}{(t^3 + 27)^2} = \frac{-6t^3 + 81}{(t^3 + 27)^2} \stackrel{C'(t)=0}{\Rightarrow} -6t^3 + 81 = 0 \Rightarrow t^3 = \frac{81}{6} = \frac{27}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{\sqrt[3]{2}}$$

t	0	$\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$
$C'(t)$	////	+ 0 -
$C(t)$	////	↗ Max ↘

حل مسأله تمام شد و سعی می‌کنیم تمام کارهایی که در حل مسأله انجام شد را به صورت مرحله به مرحله و جزء به جزء توضیح دهیم.

حل با توضیحات: همان طور که در ویدئوها بیان شد برای حل یک مسأله بهینه سازی باید ۶ مرحله را طی کرد. سعی می‌کنیم این ۶ مرحله را در حل این مسأله اجرا کنیم.

مرحله ۱: به صورت مسأله نگاه می‌کنیم تا بدانیم چه چیزی می‌خواهیم بیشترین مقدار یا کمترین مقدار ممکن شود. پاسخ روشن است. می‌خواهیم غلظت دارو در خون یعنی $C(t)$ ماکزیمم شود.

مرحله ۲: باید به این سؤال پاسخ دهیم که $C(t)$ به چه پارامترهایی وابسته است.

با توجه به صورت مسأله واضح است که $C(t)$ به t وابسته است.

مرحله ۳: با توجه به اینکه $C(t)$ تنها به یک پارامتر وابسته است، از این مرحله عبور می‌کنیم.

مرحله ۴: سعی می‌کنیم فرمولی برای $C(t)$ بر حسب یک پارامتر بنویسیم.

این فرمول در صورت مسأله به صورت $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$ داده شده است.

مرحله ۵: حال نوبت آن است که دامنه‌ی اعتباری را به دست آوریم.

با توجه به اینکه $C(t)$ بر حسب t یعنی زمان سپری شده پس از تزریق دارو است، t نمی‌تواند عددی منفی باشد و حداقل مقدار آن صفر است. یعنی دامنه‌ی اعتباری $[0, +\infty)$ است.

مرحله ۶: با توجه به اینکه $C(t) = \frac{3t}{t^3 + 27}$ ، سعی می‌کنیم با محاسبه‌ی $C'(t)$ و یافتن نقاط بحرانی، بیشترین مقدار $C(t)$ را به دست آوریم.

$$C'(t) = \frac{3(t^3 + 27) - 3t^2(3t)}{(t^3 + 27)^2} = \frac{-6t^3 + 81}{(t^3 + 27)^2} \stackrel{C'(t)=0}{\Rightarrow} -6t^3 + 81 = 0 \Rightarrow t^3 = \frac{81}{6} = \frac{27}{2} \Rightarrow t = \frac{3}{\sqrt[3]{2}}$$

در صورت مسأله می‌بینیم که از ما جدول تغییرات را خواسته است.

t	0	$\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$
$C'(t)$	////	+ 0 -
$C(t)$	////	↗ Max ↘